



INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Curso de Termodinâmica-GFI 04116

1º semestre de 2008

Prof. Jürgen Stilck

Solução da 2ª Prova

Questão 1

O sistema composto está isolado, de maneira que a energia interna deve se conservar. Por outro lado, na condição de equilíbrio irrestrito as temperaturas dos dois subsistemas devem ser iguais (T_f). As energias internas dos dois subsistemas na situação inicial são:

$$U_1 = \frac{3}{2}RN_1T_1,$$

$$U_2 = \frac{5}{2}RN_2T_2.$$

Na situação de equilíbrio irrestrito, teremos:

$$U'_1 = \frac{3}{2}RN_1T_f,$$

$$U'_2 = \frac{5}{2}RN_2T_f.$$

Como a energia interna total deve se conservar, temos que:

$$RT_f \left(\frac{3}{2}N_1 + \frac{5}{2}N_2 \right) = R \left(\frac{3}{2}N_1T_1 + \frac{5}{2}N_2T_2 \right),$$

o que leva a

$$T_f = \frac{3N_1T_1 + 5N_2T_2}{3N_1 + 5N_2}.$$

b) Basta substituir o valor de T_f nas expressões para as energias internas finais. O resultado é:

$$U'_1 = R \frac{3N_1(3N_1T_1 + 5N_2T_2)}{2(3N_1 + 5N_2)},$$

$$U'_2 = R \frac{5N_2(3N_1T_1 + 5N_2T_2)}{2(3N_1 + 5N_2)}.$$

Questão 2

a) Temos $dg = -sdT + vdp$. A partir da equação fundamental:

$$v = \frac{\partial g}{\partial p} = RT \frac{1}{p},$$

o que leva a $pv = RT$.

b) Temos:

$$c_p = T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_p = -T \left(\frac{\partial^2 g}{\partial T^2} \right).$$

A partir da equação fundamental dada, vem:

$$\frac{\partial g}{\partial T} = \phi'_0(T) + R \ln \left(\frac{p}{p_0(T)} \right) - RT \frac{p'_0(T)}{p_0(T)},$$

e

$$\frac{\partial^2 g}{\partial T^2} = \phi''_0(T) - 2R \frac{p'_0(T)}{p_0(T)} - RT \left[\frac{p''_0(T)}{p_0(T)} - \left(\frac{p'_0(T)}{p_0(T)} \right)^2 \right],$$

o que leva a:

$$c_p = -T \phi''_0(T) + \frac{RT}{p_0(T)} \left[2p'_0(T) + T \left(p''_0(T) - \frac{p'^2_0(T)}{p_0(T)} \right) \right].$$

c) Lembrando que $f = g - pv$, temos:

$$f = \phi_0(T) + RT \ln \left(\frac{p}{p_0(T)} \right) - pv.$$

Como $p = RT/v$, vem:

$$f = \phi_0(T) + RT \left[\ln \left(\frac{RT}{p_0(T)v} \right) - 1 \right].$$

Questão 3

a) O princípio de Joule (conservação da energia) assegura que em qualquer processo termodinâmico devemos ter $\Delta U = Q - W$. Se o processo for isotérmico:

$$Q = \int T dS = T \Delta S,$$

e o trabalho realizado pelo sistema no processo isotérmico será

$$-W_T = \Delta U - Q = \Delta U - T \Delta S.$$

Por outro lado, a energia livre de Helmholtz é definida pela transformada de Legendre $F = U - TS$, de maneira que a variação de F num processo isotérmico será $\Delta F = \Delta U - T \Delta S$, o que leva a $-W_T = \Delta F$.

b) Vamos aplicar o resultado acima ao processo isotérmico descrito. A energia livre de Helmholtz inicial é:

$$F_i = -T_R \left[c_1 \ln \left(\frac{T_R}{T_0} \right) + R \ln \left(\frac{V_{1,i}}{v_0} \right) + c_2 \ln \left(\frac{T_R}{T_0} \right) + R \ln \left(\frac{V_{2,i}}{v_0} \right) \right].$$

Na situação final, teremos:

$$F_f = -T_R \left[c_1 \ln \left(\frac{T_R}{T_0} \right) + R \ln \left(\frac{V_{1,f}}{v_0} \right) + c_2 \ln \left(\frac{T_R}{T_0} \right) + R \ln \left(\frac{V_{2,f}}{v_0} \right) \right].$$

Podemos, então, determinar a variação da energia livre de Helmholtz:

$$\Delta F = F_f - F_i = -RT_R \ln \left(\frac{V_{1,f} V_{2,f}}{V_{1,i} V_{2,i}} \right).$$

Substituindo os valores numéricos obtemos:

$$W_T = 8,315 \times 300 \times \ln \left(\frac{4 \times 6}{9 \times 1} \right) \approx 2446 \text{ J}.$$